

Исследование переходных процессов в газопроводах. Определение причин аварии с помощью модели.

Февралев А. А.

Содержание

Введение	3
1. Новизна научно-исследовательской работы	4
2. Основные дифференциальные уравнения газовой динамики	9
3. Уравнения движения сжимаемого газа по трубопроводу	12
4. Общая постановка задачи построение разностной схемы	20
5.1 Явные схемы шаг вперед, шаг назад, симметричная	25
5.2 Разностная схема по методу Лакса-Вендроффа	26
6. Устойчивость разностной схемы	28
7. Алгоритм разработанной программы	30
8. Возможности развития и улучшения данного алгоритма	32
9. Авария на ОАО «Уралцемент»	33
9.1 Газодинамический удар	34
9.2 Проскок давления через байпас	36
9.3 Совместное влияние двух факторов	38
10. Анализ полученных результатов	40
Заключение	41
Библиографический список	42

Введение

На сегодняшний день, наука развивается громадными темпами. Появление ЭВМ, привело к постоянному и значительному росту большинства основополагающих наук. Благодаря, этому развитию, на границе наук начали появляться новые, основанные исключительно на численных экспериментах. Получаемые результаты позволяют исследовать множество интересных физических процессов. Так возникла обособленная наука – численная динамика сплошных сред (Computational Fluid Dynamics).

Большинство уравнений динамики сплошных сред, записывается в частных производных и в большинстве случаев эти уравнения нелинейны. Аналитическое их решение возможно только для крайних случаев, при множестве приближений и допущений. С помощью численного математического моделирования, решение этих уравнений возможно и для общих случаев.

Целью данной работы ставится – создание программного комплекса, который позволит численно моделировать переходные процессы в газопроводах, также на основе созданной программы исследовать явление газодинамического удара. Далее на основе исходных данных и запроектированной системы газоснабжения, с помощью созданного программного комплекса, проанализировать причины аварии произошедшей на заводе «Уралцемент» в 2006 году.

1. Новизна научно-исследовательской работы

Основой всех исследований является классическая теория, разработанная русским учёным Н. Е. Жуковским, изложенная им в работе о гидравлическом ударе в водопроводных трубах. Множество других исследований по напорному неустановившемуся движению жидкости было создано на основе данной работы.

В работе Жуковского, как известно, наиболее полно и закончено изложена теория напорного неустановившегося движения идеальной упругой жидкости. Влияние вязкости или гидравлических сопротивлений было исследовано менее подробно. Также в работах неучтены особенности при движении газа в трубопроводах, который имеет множество физических отличий в сравнении с жидкостью.

Большинство методов, появившихся после работы Н. Е. Жуковского, основаны на интегрировании уравнений гидравлического удара для идеальной упругой жидкости с приближенной оценкой эффекта при потере напора на трение. Относительно меньшее число исследователей занимались решением задач, где трение учитывается в исходных дифференциальных уравнениях. Первым исследованием является работа И.С. Громеки, правда жидкость считается несжимаемой, но учитывается инерция стенок трубы и трение жидкости. Впервые с учётом сжимаемости жидкости периодические колебания в длинных трубопроводах поршневых насосных установок были рассмотрены академиком Л. С. Лейбензоном. Также нельзя забыть о работах Чарного И. А., в которых были произведены исследования одномерного неустановившегося движения в трубах, при линейном или линеаризованном законе трения и рассмотрены несколько частных задач при движении газа в трубах.

Все выше перечисленные решения являются аналитическими, т.е. получаются путём интегрирования основных дифференциальных уравнений движения жидкости или газа, при некоторых допущениях и приближениях.

В данной работе методами математического численного моделирования решаются задачи газовой динамики, поэтому необходимо указать на следующие книги:

В книге «Вычислительные методы физики», Поттер Д. подробно обсуждаются математические модели, выбор правильной системы уравнений и дополнительных условий для описания сложных физических процессов.

Также следует указать, книгу «Вычислительная гидродинамика», Роуч П., в которой описываются методики численного решения уравнений Навье-Стокса, для течений вязкой жидкости и газа.

В настоящее время, с мощным развитием ЭВМ, широкое распространение получили численные методы для решения задач гидродинамики. Вычислительная газовая динамика занимает самостоятельное место, подобно аналитической или экспериментальной газовой динамике. Возникнув несколько десятилетий назад на стыке вычислительной математики и теоретической гидроаэромеханики, вычислительная газовая динамика к настоящему времени оформилась в обособленный раздел науки, предметом которого является численное моделирование различных течений жидкости и газа и решение возникающих при этом задач при помощи методов, основанных на использовании электронных вычислительных машин.

Здесь указана лишь малая часть работ посвященной проблемам вычислительной газовой динамики. На сегодняшний день существует великое множество разработок в данной области. Каждый из методов

вычислительной газовой динамики является решением для конкретной узконаправленной практической области.

Среди последних научных разработок, которые общедоступны, можно выделить следующие интересные работы:

«Квазилинеаризация уравнения движения газа в трубопроводе», авторы А.С. Трофимов, Е.В. Кочарян, В.А. Василенко. Данная работа основана на классическом подходе предложенным Чарным И.А. В ней уточнено аналитическое решение задачи о нестационарном течении газа по линейному участку системы длинных магистральных газопроводов, путём уточнения параметра линейаризации $q/p = \text{const}$ (q – объемный расход, p - давление).

«Неизотермическая модель транспорта газа», авторы Трофимов А.С., Куцев В.А., Кочарян Е.В., в данной работе произведена попытка аналитически решить задачи о нестационарном течении газа при учёте термических воздействий от окружающей среды. Дело в том, что при течении газа по магистральному газопроводу, обычно процессы гидравлики и теплообмена рассматривают отдельно. Но это не совсем верно потому, что изменение скорости потока газа по длине газопровода может оказывать влияние на характер и интенсивность теплообмена. В свою очередь, изменение температурных полей в окружающей среде, приводит не только к новому распределению скорости, но и к изменению режима течения газа.

«Численное определение нестационарных процессов в магистральных газопроводах», автор Юсубов Ч.А., в данной статье дается методика для численного определения нестационарных процессов, протекающих в магистральных газопроводах.

«Моделирование движения газа в газопроводах с учетом сил инерции потока», авторы Аствацатурьян Р.Е., Кочарян Е.В., в работе описана приближенная модель движения газа в трубопроводах, позволяющая рассчитывать процессы нестационарного течения газа в газопроводах с учётом инерции потока.

Отдел механики сплошных сред при вычислительном центре Российской академии наук, указывает на следующие научные достижения:

Численное моделирование газодинамических явлений, которые могут развиваться в протяженных подводных газопроводах как при штатных технологических мероприятиях (например, пуск газопровода), так и при нештатных ситуациях (разрыв или значительное повреждение трубопровода). Специально разработана математическая модель, учитывающая неидеальность перекачиваемого газа (метан + высшие + углеводороды + азот + углекислый газ) и большие перепады высот залегания трубопровода.

Сейчас все более широкий круг предметов и явлений становятся объектами компьютерной симуляции. Она внедрилась практически во все сферы инженерной деятельности. Одна из тенденций – расширение круга пользователей. На сегодняшний день существует множество готовых программных продуктов, позволяющих достаточно просто осуществлять численное моделирование задач гидроаэродинамики. Известнейшие зарубежные продукты – это Ansys, Cosmos FloWorks; также существуют и отечественные аналоги, например, SGTPIPE / SGTFLOW (разработка НИИ «СибГеоТех»). К сожалению, данные программные продукты являются коммерческими, программный код естественно скрыт, поэтому говорить об их научной ценности, в данном рассмотрении, весьма сложно.

В данной научной разработке был создан специальный программный продукт, позволяющий численно моделировать рассматриваемые процессы.

В заключении хотелось бы сказать. Данная работа является развитием научных исследований, Панферова В. И., мною были численно решены задачи, которые он решал аналитически.

2. Основные дифференциальные уравнения газовой динамики

Теория движения жидкостей и газов имеет следующий характер. Её уравнения нелинейны, поэтому прямое их исследование и аналитическое решение возможны лишь в сравнительно редких случаях. При выводе дифференциальных уравнений, описывающих динамику жидкости или газа, используются основные классические законы: сохранения массы, сохранения импульса (третий закон Ньютона) и сохранения энергии.

Пусть $\rho(x,t)$ – плотность жидкости, тогда применив первый из указанных законов, получаем, что скорость изменения массы в объеме V должна равняться потоку массы, пересекающему поверхность S объема V (рисунок 1). Поток массы через элемент поверхности dS равен $-\rho v \cdot dS$. Следовательно.

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho \cdot d\tau = - \iint_S \rho v \cdot dS$$

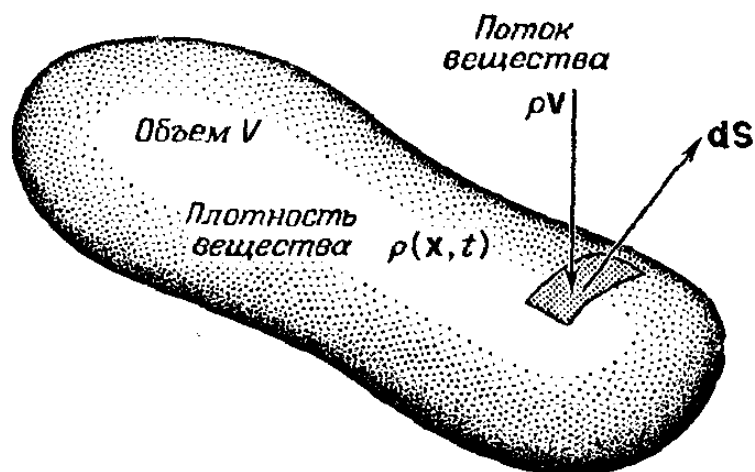


Рисунок 1 – Сохранение массы среды.

Применив теорему Гаусса – Остроградского, приходим к дифференциальному уравнению для сохранения массы:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho V = 0$$

Далее аналогично из условия сохранения импульса можно получить уравнение движения для среды. Рассмотрим сохранение проекции импульса на X-направление (рисунок 2). X-компонента полного импульса в объеме V равна:

$$\iiint_V \rho v_x \cdot d\tau$$

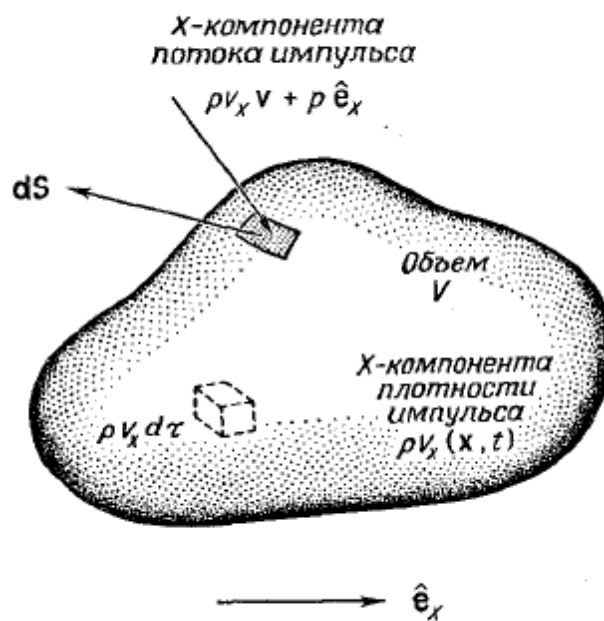


Рисунок 2 – Сохранение импульса в среде.

Благодаря конвекции импульса и влиянию давления (P) в X-направлении X-компонента импульса среды в объеме V увеличивается со временем (e_x – единичный вектор в X-направлении):

$$-\iint_S (pv_x V + P e_x) dS$$

Тогда, из закона сохранения импульса (X-компоненты), получаем уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot \iiint_V pv_x \cdot d\tau = -\iint_S (pv_x V + P e_x) dS$$

Используя теорему Гаусса – Остроградского, получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \cdot \iiint_V pv_x \cdot d\tau &= -\iiint_V \nabla \cdot (pv_x \cdot V + P \cdot e_x) \cdot d\tau \\ \frac{\partial p \cdot v_x}{\partial t} + \nabla \cdot (pv_x \cdot V + P \cdot e_x) &= 0 \end{aligned}$$

Аналогично получаются уравнения движения для Y- и Z-направлений. Объединим эти уравнения и получим:

$$\frac{\partial p \cdot v_x}{\partial t} + \nabla \cdot (p \cdot V + P \cdot I) = 0$$

где I – единичный тензор.

Итак, здесь мы получили основные уравнения газовой динамики, описывающие движение сжимаемой среды.

3. Уравнения движения сжимаемого газа по трубопроводу

Дифференциальные уравнения движения капельной сжимаемой жидкости по трубам впервые были составлены Н. Е. Жуковским, в его работе «О гидравлическом ударе в водопроводных трубах». Уравнения полученные, в его методе можно применить для общего случая движения жидкости или газа в трубе. Здесь и везде далее движение считается изотермическим, потому как временная постоянная тепловых переходных процессов в десятки раз больше временной постоянной гидравлических переходных процессов, значит, данные процессы можно рассматривать независимо друг от друга.

Проведём два поперечных сечения в любом месте потока в трубе, пусть расстояние между ними dx . Введём следующие обозначения: ρ – плотность, P – среднее давление в сечении, f – площадь поперечного сечения, v – продольная скорость в элементе поперечного сечения, t – время, τ – проекция касательного напряжения на стенке трубы на ось X – направление потока – средняя по смоченному периметру, χ – смоченный периметр.

Используя теорему импульсов, получим (рис. 1):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_f \rho v \cdot df \cdot dx \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\int_f \rho v^2 \cdot df \right] \cdot dx = \\ & = - \frac{\partial}{\partial x} (f \cdot P) \cdot dx - \tau \cdot \chi \cdot dx - \gamma \cdot f \cdot dx \cdot \sin \alpha + P \cdot \frac{\partial f}{\partial x} \cdot dx = \\ & = -f \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx - \tau \cdot \chi \cdot dx - \gamma \cdot f \cdot dx \cdot \sin \alpha \end{aligned} \quad (1)$$

где γ – вес единицы объема жидкости, α – угол возвышения оси элемента dx над горизонтом.

Сократим данное уравнение на dx , получим:

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial x} = -f \cdot \frac{\partial P}{\partial x} - \tau \cdot \chi - \gamma \cdot f \cdot \sin \alpha \quad (2)$$

где M – массовый расход, I – проекция на ось x количества движения массы M .

$$M = \int_f p \cdot v \cdot df \quad (3)$$

$$I = \int_f p \cdot v^2 \cdot df \quad (4)$$

Уравнение (2) – общее уравнение, справедливо для любого потока жидкости или газа в трубе.

Далее рассмотрим баланс массы, втекающей и вытекающей в элемент dx , используя теорему о неразрывности, получим уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot (f \cdot p) + \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

В общем случае величину I можно представить:

$$I = \int_f p \cdot v^2 \cdot df = (1 + \beta) \cdot f \cdot p \cdot \omega^2 = (1 + \beta) \cdot M \cdot \omega \quad (6)$$

где ω – средняя в сечении скорость, β – поправка Кориолиса на неравномерное распределение скоростей в выражении количества движения потока через среднюю скорость и среднюю в сечении плотность. Как известно, при установившемся движении для обычного распределения скоростей в турбулентном потоке $\beta \approx 0$, при параболическом распределении – $\beta = 1/3$. При неустановившемся движении, естественно, β будет переменной величиной, зависящей от характера распределения скоростей в сечениях трубы.

Далее, воспользуемся следующей формулой из гидравлики для касательного напряжения τ :

$$\tau = \frac{\lambda}{8} \cdot p \cdot \omega^2 \quad (7)$$

где λ – коэффициент сопротивления в формуле Дарси-Вейсбаха для потери напора на трение в трубе. Величину λ всегда можно установить, зная шероховатость трубы и режим течения.

Известно, что λ – зависит от шероховатости трубы и режима течения (числа Рейнольдса). Примем следующее допущение, что характеристики сопротивлений, установленные для стационарных движений, сохраняются и для нестационарных. Строгое обоснование этого допущения весьма затруднительно, правда это подтверждается весьма удовлетворительным согласием теории и опыта.

Используя сделанные выше замечания, уравнение (2) переписется следующим образом:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -S \cdot \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\lambda}{8} \cdot p \cdot \omega^2 \cdot \chi - \gamma \cdot S \cdot \sin \alpha - \frac{\partial}{\partial x} [(1 + \beta) \cdot M \cdot \omega]$$

Также, т.к. $M = p \cdot S \cdot \omega$, тогда уравнение можно упростить:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial t} &= -S \cdot \frac{\partial P}{\partial x} - M \cdot \frac{\lambda \omega}{8S} \cdot \chi - \gamma \cdot S \cdot \sin \alpha - \frac{\partial}{\partial x} [(1 + \beta) \cdot M \cdot \omega] = \\ &= -S \cdot \frac{\partial P}{\partial x} - M \cdot \frac{\lambda \cdot \omega}{8 \cdot \delta} - \gamma \cdot S \cdot \sin \alpha - \frac{\partial}{\partial x} [(1 + \beta) \cdot M \cdot \omega] \end{aligned} \quad (8)$$

где δ – гидравлический радиус сечения, равный:

$$\delta = \frac{f}{\chi} \quad (9)$$

Далее вернемся к уравнению неразрывности (5). Для сжимаемого газа, примем $S = \text{const}$ и воспользуемся следующей формулой:

$$c^2 = \frac{dP}{dp} \quad (10)$$

где c – скорость звука в газе, откуда получаем, раскрывая полные дифференциалы dP и dp :

$$\frac{\partial p}{\partial t} \cdot dt + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx = \frac{1}{c^2} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial t} \cdot dt + \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx \right) \quad (11)$$

Т.к. приращения dt и dx – произвольны, необходимо, чтобы:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} \quad (12)$$

Отсюда получаем такое уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot (Sp) = S \cdot \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{S}{c^2} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} \quad (13)$$

В результате, уравнения движения (2) и неразрывности (5) можно записать в виде следующей системы:

$$\begin{cases} -S \cdot \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial M}{\partial t} + M \cdot \frac{\lambda \cdot \omega}{8 \cdot \delta} + \gamma \cdot S \cdot \sin \alpha + \frac{\partial}{\partial x} \cdot [(1 + \beta) \cdot M \cdot \omega] \\ -S \cdot \frac{\partial P}{\partial t} = c^2 \cdot \frac{\partial M}{\partial x} \end{cases} \quad (14)$$

Система уравнений (14) представляют собой систему двух дифференциальных уравнений первого порядка в частных производных гиперболического типа, в общем случае нелинейных.

Для простоты, рассмотрим трубопровод постоянного сечения S . Тогда, разделив обе части системы на S , получим.

$$\begin{cases} -\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial(p\omega)}{\partial t} + \frac{\lambda}{8 \cdot \delta} \cdot p\omega^2 + \gamma \cdot \sin \alpha + \frac{\partial}{\partial x} \cdot [(1 + \beta) \cdot p \cdot \omega^2] \\ \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{\partial(p\omega)}{\partial x}. \end{cases} \quad (15)$$

В данной работе, исследуется движение газа в длинных трубопроводах с дозвуковой скоростью, когда скоростным напором и тем более его изменением по длине трубы можно пренебречь. Далее упростим систему уравнений (14).

Покажем, что в уравнениях (2) и (15) возможно пренебречь при движении реального газа с дозвуковой скоростью можно пренебречь членом

$$\frac{\partial I}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} [(1 + \beta) \cdot M \cdot \omega].$$

Для начала обозначим: $\sin \alpha = \frac{dz}{dx}$, где z – превышение центра тяжести сечения трубы над произвольной горизонтальной плоскостью.

Можно проинтегрировать первое из уравнений (15) по x от x_1 до x_2 при фиксированном t и представить результат в таком виде:

$$\begin{aligned} & (P_1 + \gamma \cdot z_1) - (P_2 + \gamma \cdot z_2) = \\ & = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial(p\omega)}{\partial t} dx + p \cdot \int_{x_1}^{x_2} \frac{\lambda \cdot \omega^2}{8 \cdot \delta} dx + [(1 + \beta) \cdot p\omega^2]_2 - [(1 + \beta) \cdot p\omega^2]_1 \end{aligned} \quad (16)$$

При движении газа с дозвуковой скоростью в длинных трубопроводах всегда можно пренебречь динамическим давлением, соответствующим скоростному напору, а также пренебречь гидростатическим давлением газа ввиду его малой плотности. Отсюда следует, что в (16) последняя разность $[(1 + \beta) \cdot p \omega^2]_x - [(1 + \beta) \cdot p \omega^2]$ может быть опущена, значит, и в первом уравнении системы (15) можно отбросить член:

$$\frac{\partial I}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} [(1 + \beta) \cdot M \cdot \omega]$$

В дальнейшем, под давлением P будем подразумевать сумму $P + \gamma \cdot z$ и опускать, член $\gamma \cdot \sin \alpha$.

В результате получим, следующую систему:

$$\begin{cases} -\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial(p\omega)}{\partial t} + \frac{\lambda \cdot p\omega^2}{8 \cdot \delta}; \\ -\frac{\partial P}{\partial t} = c^2 \frac{\partial(p\omega)}{\partial x}. \end{cases} \quad (17)$$

Пусть d – диаметр трубопровода, тогда гидравлический радиус будет равен:

$$\delta = \frac{f}{\chi} = \frac{\pi \cdot d^2 / 4}{\pi \cdot d} = \frac{d}{4}$$

При движении газа с дозвуковой скоростью в длинных трубопроводах, к системе уравнений (1.21) добавляется уравнение состояния Клайперона (газ считается идеальным).

$$\frac{P}{p} = g \cdot R \cdot T \quad (18)$$

где R – газовая постоянная, T – абсолютная температура. Как было сказано ранее, процесс считаем изотермическим, т.е. $T = \text{const}$.

В результате, уравнения (17) вместе с уравнением (18) при $T = \text{const}$ образуют систему трёх уравнений для трёх неизвестных функций: P и $(p\omega)$.

Получаем следующие зависимости для движения газа:

$$\begin{cases} -\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial(p\omega)}{\partial t} + \frac{\lambda}{2 \cdot d} \cdot \frac{g \cdot R \cdot T}{P} \cdot (p\omega)^2; \\ -\frac{\partial P}{\partial t} = c^2 \frac{\partial(p\omega)}{\partial x}. \end{cases} \quad (19)$$

Чтобы упростить данную систему, введем обозначение – $Q = p\omega$, данная переменная в принципе представляет собой массовый расход. В итоге получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} -\frac{\partial P(x,t)}{\partial x} = \frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} + \frac{\lambda}{2 \cdot d} \cdot \frac{g \cdot R \cdot T}{P(x,t)} \cdot Q(x,t)^2; \\ -\frac{\partial P(x,t)}{\partial t} = c^2 \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x}. \end{cases} \quad (20)$$

Эта система описывает движение газа с дозвуковой скоростью по длинным трубопроводам – эта система является нелинейной системой двух уравнений первого порядка в частных производных, которые в общем случае, возможно, решить только численными методами.

Также необходимо учесть, что коэффициент λ величина не постоянная, а зависит от скорости движения потока (число Рейнольдса). Следующие формулы, рекомендуемые СНиП, для определения коэффициента трения:

1. при ламинарном движении газа, $Re < 2000$

$$\lambda = 64 / \text{Re} \quad (21)$$

2. при критическом режиме, $2000 < \text{Re} < 4000$ (формула Зайченко)

$$\lambda = 0,0025 \cdot \sqrt[3]{\text{Re}} \quad (22)$$

3. при турбулентном движении газа, $\text{Re} > 4000$

$$\lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{K_s}{d} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0,25} \quad (23)$$

4 Общая постановка задачи построение разностной схемы

Если формализовать задачу в целом, по длинному газопроводу движется газ с дозвуковой скоростью и при любом режиме в начале участка давление поддерживается автоматическим регулятором на одном и том же уровне P_0 , а в конце этого участка предохранительный клапан мгновенно закрывается. Математически данные условия, описываются следующим образом:

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial P(x,t)}{\partial x} + \frac{\lambda}{2 \cdot d} \cdot \frac{g \cdot R \cdot T}{P(x,t)} \cdot Q(x,t)^2 = 0; \quad 0 < x < L, \quad t > 0; \quad (24)$$

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial t} + c^2 \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = 0, \quad 0 < x < L, \quad t > 0; \quad (25)$$

$$P(x,0) = f(x), \quad 0 \leq x \leq L; \quad (26)$$

$$Q(x,0) = f(x), \quad 0 \leq x \leq L; \quad (27)$$

$$P(0,t) = P_0 = const, \quad t > 0; \quad (28)$$

$$\frac{\partial Q(0,t)}{\partial x} = 0, \quad t > 0. \quad (29)$$

$$\frac{\partial P(L,t)}{\partial x} = 0, \quad t > 0; \quad (30)$$

$$Q(L,t) = 0, \quad t > 0. \quad (31)$$

Примечание:

- Уравнения (24) и (25) описывают движение газа с дозвуковой скоростью по трубопроводу.
- Уравнения (26) и (27) описывают стационарное состояние газопровода до закрытия задвижки и служат для задачи значений на начальном временном слое.

- Уравнения (28) и (29) задают, условия в начале трубопровода, т.е. регулятор давления, поддерживающий давление на заданном уровне.
- Уравнения (30) и (31) задают, условия в конце трубопровода, т.е. резко закрывшуюся задвижку и отсутствие в данной точке расхода.

Покроем пространственно-временную область $\{ 0 < x < L, t > 0 \}$, сеткой, образуемой линиями:

$$x = i \cdot \Delta x, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n, \quad n = \frac{L}{\Delta x}; \quad (32)$$

$$y = k \cdot \Delta t, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (33)$$

При численном решении уравнений в частных производных, введем конечно-разностную замену для $P(x, t)$ и $Q(x, t)$, т.е. делаем следующие преобразования:

$$\frac{\partial P(x, t)}{\partial t} \approx \frac{P(x, t + \Delta t) - P(x, t)}{\Delta t} \quad (34)$$

$$\frac{\partial Q(x, t)}{\partial t} \approx \frac{Q(x, t + \Delta t) - Q(x, t)}{\Delta t} \quad (35)$$

$$\frac{\partial P(x, t)}{\partial x} \approx \frac{P(x + \Delta x, t) - P(x, t)}{\Delta x} \quad (36)$$

Стоит заметить, что при определении частной производной давления по X использовали явную схему с шагом назад.

$$\frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} \approx \frac{Q(x, t) - Q(x - \Delta x, t)}{\Delta x} \quad (37)$$

А при определении частной производной Q (плотность*скорость) по X использовали явную схему с шагом вперед.

В результате для данной системы уравнений получаем смешанную схему, использование которой в данном случае, показало наилучшие практические результаты.

В результате из уравнений (24) и (25) получим следующие зависимости:

$$\frac{Q(x, t + \Delta t) - Q(x, t)}{\Delta t} + \frac{P(x + \Delta x, t) - P(x, t)}{\Delta x} + \frac{\lambda}{2 \cdot d} \cdot \frac{g \cdot R \cdot T}{P} \cdot Q(x, t)^2 = 0 \quad (38)$$

$$\frac{P(x, t + \Delta t) - P(x, t)}{\Delta t} + c^2 \frac{Q(x + \Delta x, t) - Q(x, t)}{\Delta x} = 0 \quad (39)$$

Для удобства записи, введем следующие обозначения:

$$x = i \cdot \Delta x, \quad t = k \cdot \Delta t. \quad (40)$$

$$f(x, t) = f(i \cdot \Delta x, k \cdot \Delta t) = f_{i,k} \quad (41)$$

Тогда уравнения (38) и (39) примут следующий вид:

$$\frac{Q_{i,k+1} - Q_{i,k}}{\Delta t} + \frac{P_{i+1,k} - P_{i,k}}{\Delta x} + \frac{\lambda}{2 \cdot d} \cdot \frac{g \cdot R \cdot T}{P_{i,k}} \cdot Q_{i,k}^2 \quad (42)$$

$$\frac{P_{i,k+1} - P_{i,k}}{\Delta t} + c^2 \frac{Q_{i,k} - Q_{i-1,k}}{\Delta x} = 0 \quad (43)$$

Далее, получим уравнения для определения P и Q, на (k+1) временном слое, при всех известных точках на k временном слое. Преобразования уравнения (42):

$$Q_{i,k+1} = Q_{i,k} + \Delta t \cdot \left(\frac{P_{i+1,k} - P_{i,k}}{\Delta x} + \frac{\lambda}{2 \cdot d} \cdot \frac{g \cdot R \cdot T}{P_{i,k}} \cdot Q_{i,k}^2 \right). \quad (44)$$

Преобразования уравнения (43):

$$P_{i,k+1} = P_{i,k} - \frac{c^2 \cdot \Delta t}{\Delta x} \cdot (Q_{i,k} - Q_{i-1,k}) \quad (45)$$

Следовательно, зная две точки на k временном слое, можно определить P и Q на $k+1$ слое.

Также необходимо задать граничные условия в начале и конце трубопровода, получаемые из уравнений (1.28) – (1.31).

$$P(0,t) = P_0 = const \Rightarrow P_{0,k} = const \quad (46)$$

$$\frac{\partial Q(0,t)}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{Q_{+1,k} - Q_{-1,k}}{2 \cdot \Delta x} = 0 \Rightarrow Q_{+1,k} = Q_{-1,k} \quad (47)$$

$$\frac{\partial P(L,t)}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{P_{n+1,k} - P_{n-1,k}}{2 \cdot \Delta x} = 0 \Rightarrow P_{n+1,k} = P_{n-1,k} \quad (48)$$

$$Q(L,t) = 0 \Rightarrow Q_{n,k} = 0 \quad (49)$$

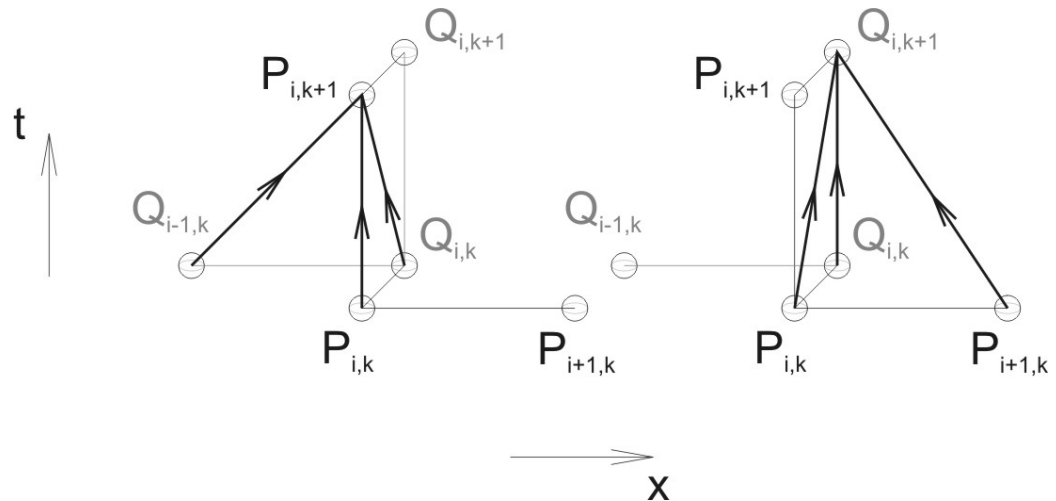


Рисунок 3 – Используемая разностная схема.

В ходе разработки программы и анализа получаемых результатов, были использованы различные схемы для решения системы гиперболических уравнений. Схема приведенная на рисунке 3 показала наилучшие

практические результаты. Более подробное изучение данной достаточно новой схемы и аналитическое сравнение с другими существующими и описанными схема, повод для другого более серьезного научного изыскания. Далее приведено описание, других использованных схем.

5.1 Явные схемы шаг вперед, шаг назад, симметричная.

Данные схемы не имеют значительных отличий. В каждой из них используется различный шаг по пространству.

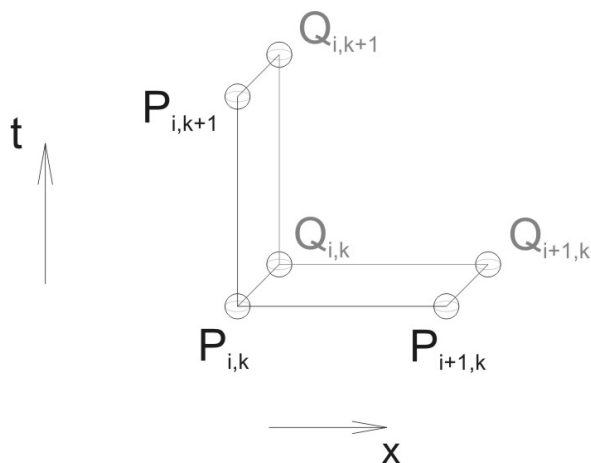


Рисунок 4 – Явная схема шаг вперед.

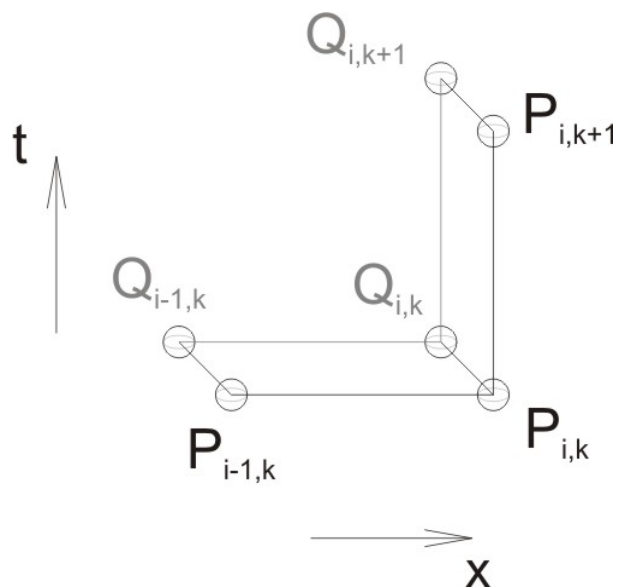


Рисунок 5 – Явная схема шаг назад.

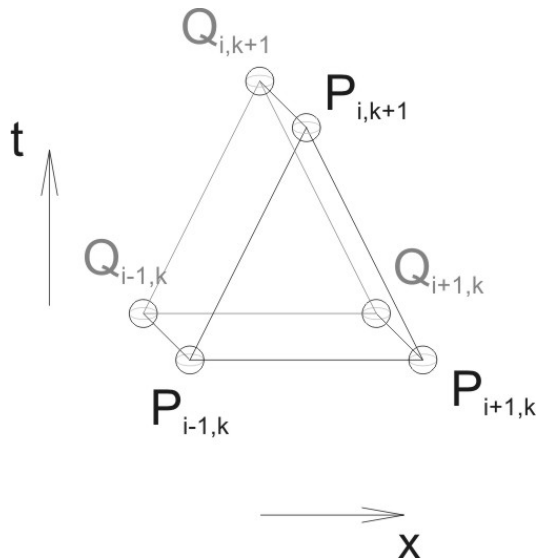


Рисунок 6 – Симметричная явная схема.

5.2 Разностная схема по методу Лакса-Вендроффа.

Двухшаговая схема Лакса – Вендроффа, позволяет получить точность второго порядка по времени, избежав большой численной диффузии. Данный метод обеспечивает центрирование по времени путем определения вспомогательных или промежуточных значений функций на полуцелых шагах по времени $t_{k+1/2}$. Метод Лакса используется на первом шаге или для вспомогательных вычислений на каждом шаге по времени.

Вспомогательный шаг:

$$Q_{i+1/2,k+1/2} = \frac{1}{2} \cdot (Q_{i,k} + Q_{i+1,k}) - \frac{\Delta t}{2 \cdot \Delta x} \cdot (P_{i+1,k} - P_{i,k}) - \frac{\lambda}{8 \cdot \delta} \cdot \frac{g \cdot R \cdot T}{P_{i,k}} \cdot Q_{i,k}^2 \cdot \Delta t \quad (50)$$

$$P_{i+1/2,k+1/2} = \frac{1}{2} \cdot (P_{i,k} + P_{i+1,k}) - \frac{c^2 \cdot \Delta t}{2 \cdot \Delta x} \cdot (Q_{i+1,k} - Q_{i,k}) \quad (51)$$

Далее, на основном шаге вычислений используется центрированная по времени и пространству формула интегрирования (смотри рисунок 2).

Основной шаг:

$$Q_{i,k+1} = Q_{i,k} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot (P_{i+1/2,k+1/2} - P_{i-1/2,k+1/2}) - \frac{\lambda}{8 \cdot \delta} \cdot \frac{g \cdot R \cdot T}{P_{i,k}} \cdot Q_{i,k}^2 \cdot \Delta t \quad (52)$$

$$P_{i,k+1} = P_{i,k} - \frac{c^2 \cdot \Delta t}{\Delta x} \cdot (Q_{i+1/2,k+1/2} - Q_{i-1/2,k+1/2}) \quad (53)$$

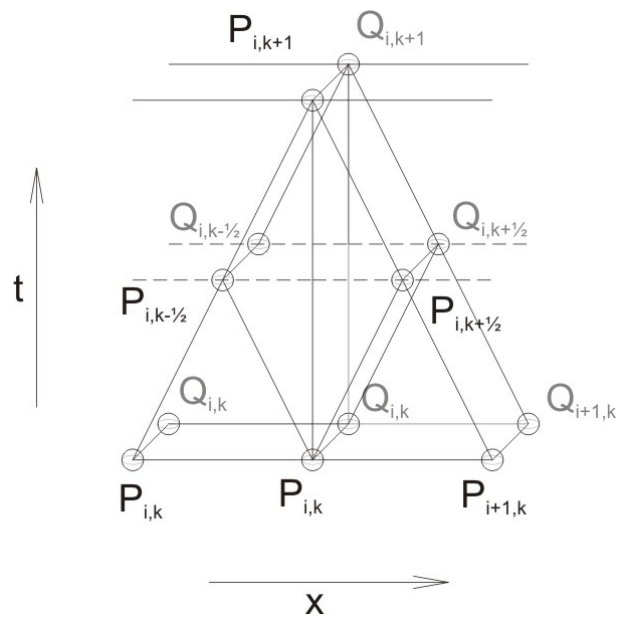


Рисунок 7 – Двухшаговая схема Лакса – Вендроффа.

6 Устойчивость разностной схемы

Если любая ошибка возрастает во времени от шага к шагу, то она быстро «смажет» решение и его результат будет совершенно неудовлетворителен. Условие устойчивости разностной схемы, можно сформулировать следующим образом: *численный метод устойчив, если на любой стадии вычислительной процедуры малая ошибка приводит к меньше конечной ошибке.* Любой используемый на практике численный метод должен быть устойчивым по крайней мере при определенных условиях.

Обозначим, через ε^n – ошибку, возникающую на n-м шаге. Нам же интересна величина ε^{n+1} этой ошибки при переходе на следующий шаг, запишем её в виде:

$$\varepsilon^{n+1} = g \cdot \varepsilon^n$$

Величина g – множитель перехода, он связан с ошибками аппроксимации в схеме интегрирования. В соответствии с условием устойчивости, необходимо выполнение условия:

$$\begin{aligned} |\varepsilon^{n+1}| &\leq |\varepsilon^n| \\ |g \cdot \varepsilon^n| &\leq |\varepsilon^n| \\ |g| &\leq 1 \end{aligned}$$

Свойство устойчивости явной схемы решения уравнения зависит в основном от величины шага по времени в сравнении с временами исследуемого физического процесса.

Т.к. мы имеем рассматриваем два уравнения в частных производных, запишем условие устойчивости для каждого из них:

Для уравнения (1.32) условием устойчивости будет – $\Delta t \leq \Delta x$.

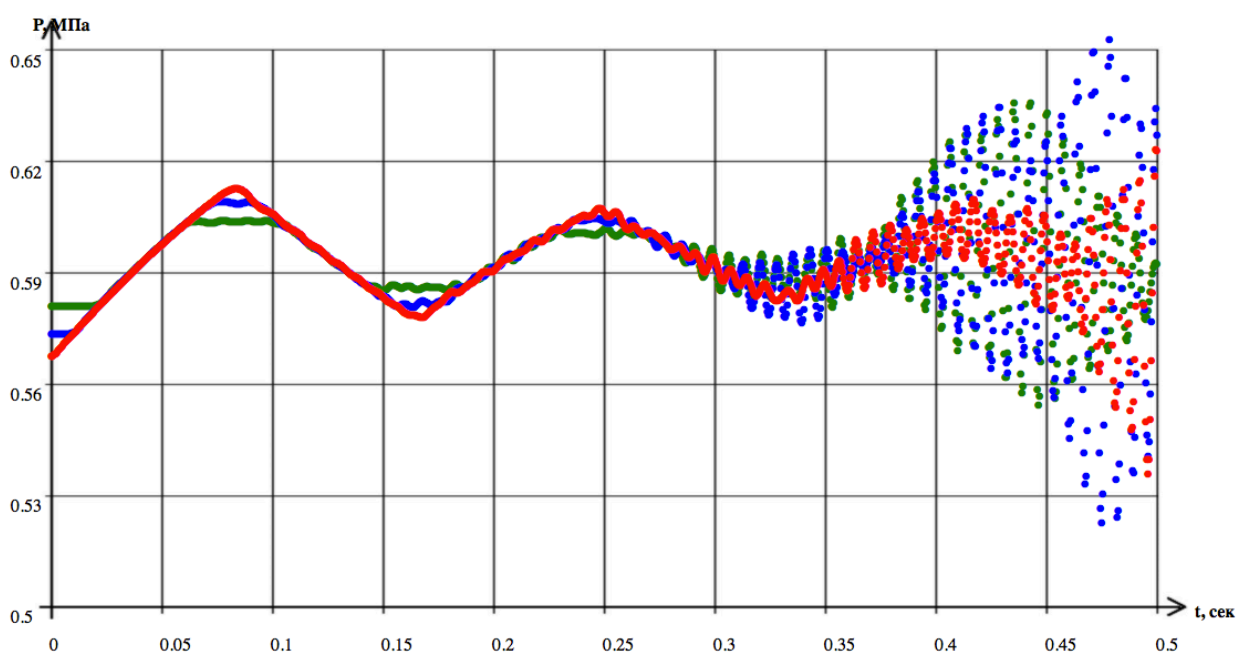
Для уравнения (1.33) условием устойчивости будет – $\Delta t \leq \frac{\Delta x}{c}$.

Для выполнения общей устойчивости необходимо выполнения каждого из условий, следовательно, окончательным условием имеем, следующее неравенство:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{c} \text{ или } \frac{\Delta t \cdot c}{\Delta x} \leq 1. \quad (54)$$

Дополнительно устойчивость построенной модели можно легко проверить наглядно, например, изменяя в величину размера шага по времени (смотри график неустойчивость конечно-разностной схемы).

График неустойчивость конечно-разностной схемы.



7 Алгоритм разработанной программы

Далее определившись с постановкой задачи, задавшись граничными условиями и найдя условие устойчивости, необходим алгоритм реализующий решение поставленной проблемы.

Разработанный алгоритм, можно видеть на рисунке 8. В данном алгоритме, использованы следующие методы, которые позволили увеличить скорость расчётов:

- При расчётах в памяти хранится информация только о k -ом и $(k+1)$ -ом временных слоях. При переходе на следующий шаг по времени, данные ячеек с $(k+1)$ -ого слоя переписываются в k -ый слой и итерация повторяется. Данный способ позволяет значительно сократить объем занимаемой оперативной памяти (т.е. в памяти хранится только $2 \cdot n \times X$ ячеек), что позволяет существенно увеличить скорость расчётов.
- Результаты, полученные при одной итерации, в тот же момент отображаются на строящихся графиках, что делает данную программу максимально динамичной, удобной при использовании, наглядной и понятной пользователю.

Разработанная программа позволяет моделировать ситуации, которые могли бы произойти во время эксплуатации трубопровода, т.е. мы можем проанализировать уже случившееся или предугадать развитие событий в той или иной ситуации.

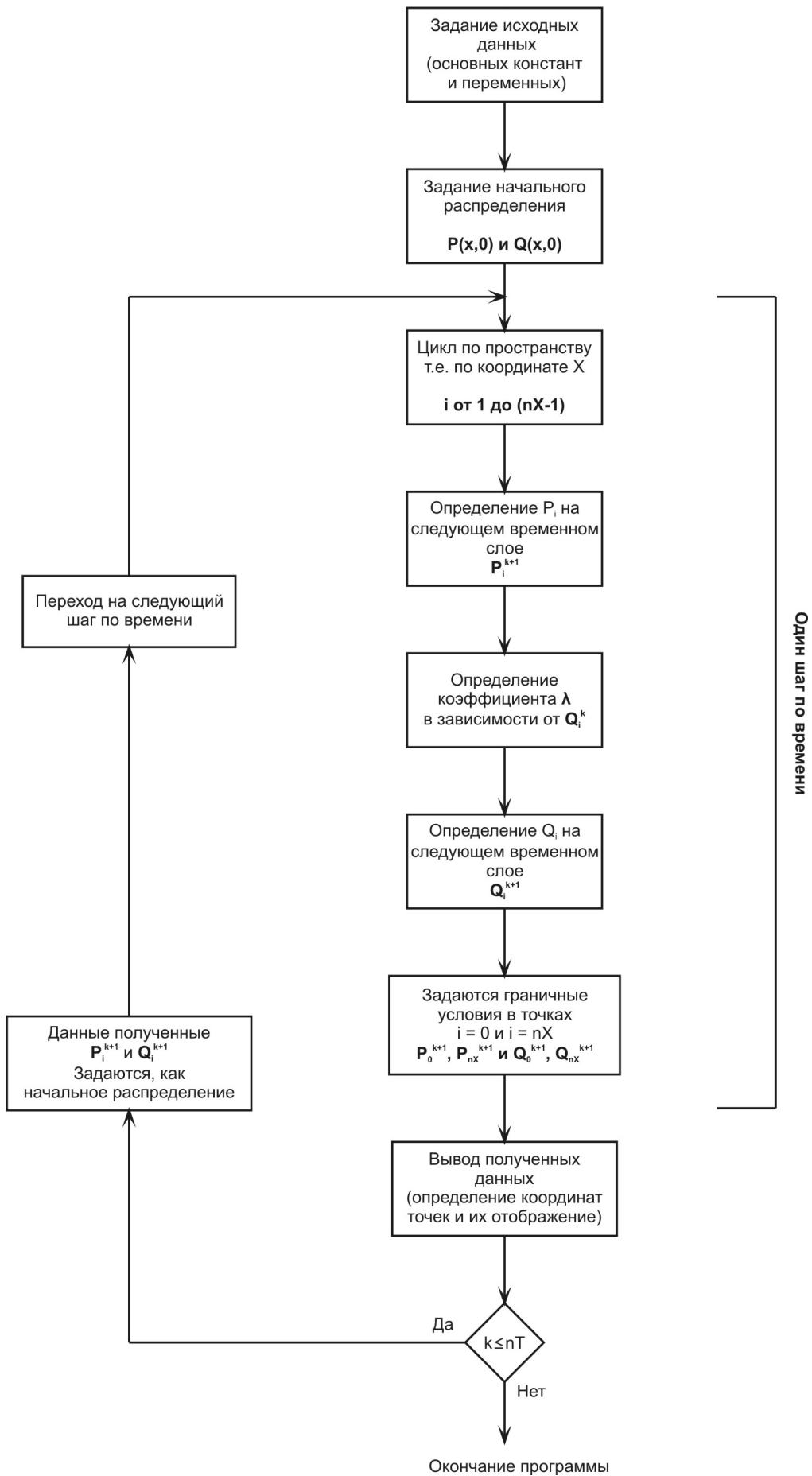


Рисунок 8 – Алгоритм программы.

8 Возможности развития и улучшения данного алгоритма.

Данный алгоритм, возможно, использовать для динамического отображения состояния газопровода в режиме реального времени, т.е. применить его для создания программного комплекса, осуществляющего мониторинг динамических (переходных) процессов в системах газоснабжения. Данная разработка позволит:

- сократить количество аварийных ситуаций,
- увеличить скорость реагирования на какую-либо неисправность,
- уменьшить эксплуатационную нагрузку на трубопровод.

Для создания подобной программы, необходимо внести следующие изменения:

Во-первых, усложнить элементы используемой математической модели, разбить всю длину на несколько участков, внутри участков использовать аналогичный алгоритм, разработать дополнительный алгоритм, динамически увязывающий границы участков между собой. Данный шаг позволит распараллелить производимые вычисления, что необходимо для проведения расчётов в режиме реального времени.

Во-вторых, максимально оптимизировать модель, используя методы о которых будет сказано далее.

9 Авария на ОАО «Уралцемент»

29 октября 2006 года в цехах «Обжиг-1» и «Обжиг-2» произошёл взрыв природного газа, приведший к разрушению цеха и гибели человека. Остаточные показания манометров приведены в протоколе изъятия манометров от 31.10.2006, а точки их расположения приведены на рисунке 6.

Расследование причин аварии установило, что одной из причин взрыва явилось разрушение газового фильтра газопровода, повлекшее за собой выброс газа в помещение.

Газовый фильтр расположен в конце газовой магистрали после ручной задвижки и автоматической предохранительной заслонкой. Рабочее давление для фильтра составляет 0,5 – 0,6 МПа, предельное давление для фильтра 1,2МПа.

В качестве рассматриваемых причин, вызвавших повышение давления, можно рассмотреть следующие версии:

1. Газодинамический удар – аварийное закрытие задвижки в конце магистрали.
2. Проскок давления через байпас – значительное повышение давления в течение некоторого времени на входе в газопровод низкого давления предприятия, вследствие работ на ГРС и перевода подачи газа с основной на байпасную газовую линию.
3. Совместное влияние проскока высокого давления и резкого закрытия задвижки.

Рассмотрим каждую из версий, отдельно:

9.1 Газодинамический удар

Для явления гидравлического удара, в настоящее время Н.Е. Жуковским и его последователями был разработан достаточно сильный математический аппарат. Правда, даже в классической формуле Н.Е. Жуковского для гидравлического удара, берется идеальная несжимаемая жидкость или реальная, но всё-таки малосжимаемая жидкость. В случае с газом, будут иметь место несколько другие процессы.

Проверим на созданной математической модели, версию с газодинамическим ударом при резком закрытии задвижки в конце газопровода.

Итак, для данного случая имеем следующие исходные данные:

Давление в начале: $P(0,t) = 0,6$ МПа, считаем, что оно поддерживается на заданном уровне регулятором давления.

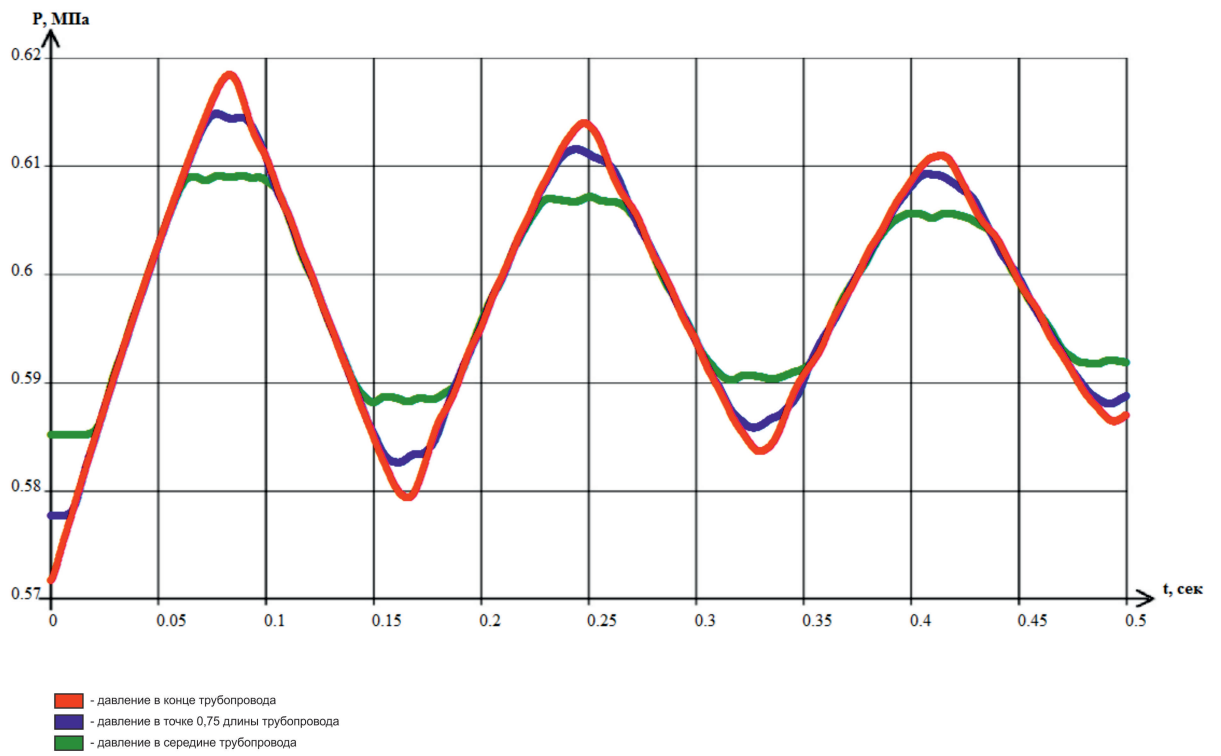
В начальный момент времени, давление в конце трубопровода (перед задвижкой) – $P(L,0) = 0,57$ МПа, вызвано трением, т.е. падением давления по длине трубопровода.

Изначальным распределением давления примем линейную зависимость.

После решения поставленной задачи, с помощью разработанной программы, получаем следующие результаты (смотри график изменения давления при резком закрытии задвижки).

Данные показывают, что скачок давления при резком закрытии задвижки не превышает 0,62 МПа. Т.е. давление повышается не более, чем на 10 %.

График изменения давления при резком закрытии задвижки



9.2 Проскок давления через байпас

При проведении ремонтных работ на ГРС возможен проскок высокого давления через байпасную линию, вследствие неправильных действий ремонтного персонала.

Рассмотрим крайний случай, что скачок давления был 4 МПа, но достаточно кратковременным.

Настроим математическую модель на следующие граничные условия:

В начале трубопровода $P(0,t) = f(t)$ – уменьшается от 4 МПа, до 0,6МПа, с каждым шагом по времени.

В конце трубопровода, установлен регулятор давления, поддерживающий давление на уровне, $P(L,t) = 0,57$ МПа.

В данном случае строим график изменения давления в начале трубопровода, в середине трубопровода и перед регулятором (т.е. в точке немного удаленной от конца трубопровода).

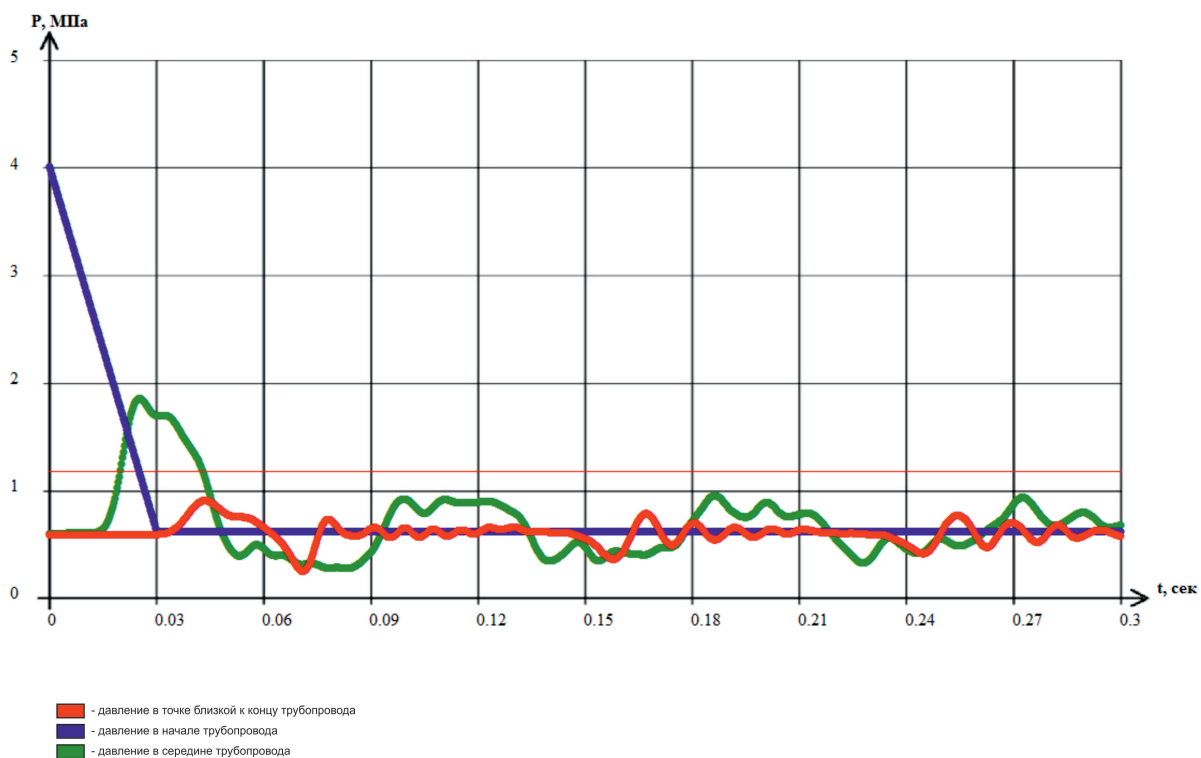
После решения поставленной задачи, с помощью разработанной программы, получаем следующие результаты (смотри график изменения $P(t)$ при проскоке высокого давления).

Данные показывают, что скачок давления при проскоке высокого давления и работающем регуляторе. Не превышает 1.2 МПа.

Конечно, полученные результаты не являются строгим доказательством или каким-либо экспертным мнением: Во-первых, проскок давления мог длиться значительно дольше. Во-вторых, проскок давления в любом случае вызывает значительные колебания давления по длине трубопровода и недопустимо его возникновение.

Основной целью рассмотрения данного примера было сравнить результаты со следующей версией и подчеркнуть получаемые результаты.

График изменения $P(t)$ при проскоке высокого давления



9.3 Совместное влияние двух факторов

Итак, рассмотрим случай, когда произошёл проскок давления через байпас, и после того, как давление в конце трубопровода возросло выше 0,6 МПа, автоматическая заслонка резко закрылась.

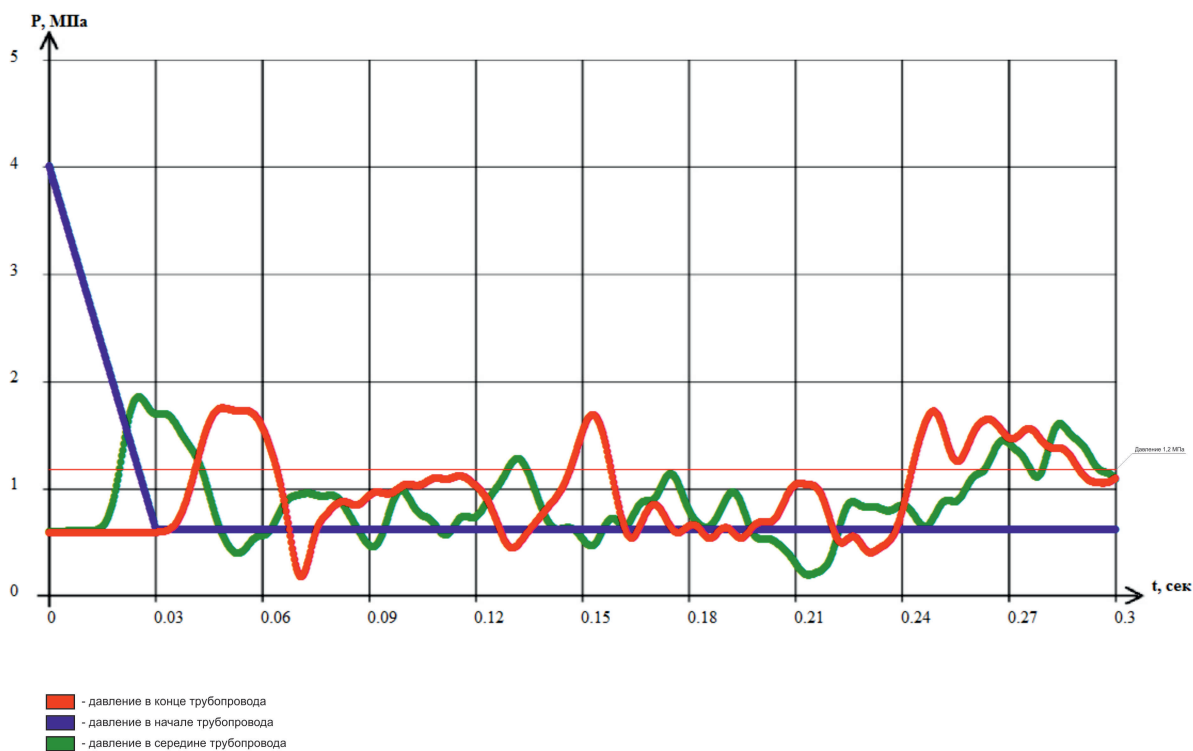
Тогда граничные условия для математической модели будут выглядеть следующим образом:

В начале трубопровода $P(0,t) = f(t)$ – уменьшается от 4 МПа, до 0,6МПа, с каждым шагом по времени.

В конце трубопровода при давлении выше 0,6 МПа, резко закрывается задвижка.

Результаты численного эксперимента можно видеть на графике изменения $P(t)$ при проскоке высокого давления и резком закрытии задвижки.

График изменения $P(t)$ при проскоке высокого давления и резком закрытии задвижки



Данные результаты показывают, что взаимодействие этих двух факторов, т.е. проскок высокого давления и резкое закрытие задвижки, приводит к катастрофическим последствиям. Проскок высокого давления, дополнительно резонирует с газодинамическим ударом, что приводит к значительному изменению давления в конце трубопровода. Данное повышение давления может привести к разрушению оборудования и являться причиной аварии на заводе.

10. Анализ полученных результатов

Полученные результаты, показывают, что явление газодинамического удара в газопроводе явление не столь опасное, нежели гидравлический удар. Проскок высокого давления также приводит к нестационарному динамическому процессу в газопроводе, но быстро затухающему и менее опасному. Случай приводящий к катастрофическим последствиям – это совместное влияние двух факторов, резкого закрытия задвижки и проскока высокого давления.

Анализируя случившееся, причиной взрыва вероятнее всего был проскок высокого давления с последующим резким закрытием заслонки, вызвавший крайне нестационарный процесс динамического изменения давления по всей длине трубопровода, что и привело к разрушению оборудования.

Полученные результаты очень интересны, потому что в настоящее время в большинстве случаев перед ГРУ или ГРП ставится автоматическая заслонка, закрывающаяся при повышении давления. Полученные результаты и проделанная работа позволяет говорить о необходимости рассмотреть целесообразность размещения автоматической задвижки или внесении изменений в режим закрытия задвижки.

Заключение

Во-первых, разработанный программный комплекс позволяет моделировать различные случаи, возникающие при эксплуатации газопроводов. По получаемым данным можно анализировать уже случившиеся аварии и предотвращать новые.

Во-вторых, при дальнейшей оптимизации алгоритма, возможно создание программного комплекса, который позволит максимально автоматизировать работу газопроводов в режиме реального времени. Позволит осуществлять более эффективный мониторинг состояния газовых сетей.

В-третьих, созданный программный комплекс, отличается хорошей наглядностью и динамичностью, поэтому возможно её использование для студентов технических вузов на кафедрах, занимающихся проблемами газоснабжения.

В заключении, хотел бы заметить, что последняя версия, когда произошёл прорыв высокого давления, и впоследствии резко закрылась задвижка в конце трубопровода, практически невозможно решить аналитически. Подобные, сложные случаи, возможно решать только численными методами.

Библиографический список

1. Жуковский, Н.Е. О гидравлическом ударе в водопроводных трубах: учебное пособие / Н.Е. Жуковский – Москва 1949г. – 103с.
2. Поттер, Д. Вычислительные методы в физике: учебное пособие / Д. Поттер – Москва 1974г. – 387с.
3. Самарский, А.А. Введение в теорию разностных схем: учебное пособие / А.А. Самарский – Москва 1980г. – 552с.
4. Самарский, А.А. Введение в численные методы: учебное пособие / А.А. Самарский – Москва 1983г. – 270с.
5. Биркгоф, Г. Гидродинамика. Методы. Факты. Подобие: учебное пособие / Г. Биркгоф; пер. Погребысского И.Б. – Москва: изд. Иностранной литературы, 1963г. – 244с.
6. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика: учебное пособие в 10т. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц – Москва изд. «Наука», 1988г.
7. Чарный, И.А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах / И.А. Чарный – Ленинград изд. Техничко-теоретической литературы, 1951г. – 224с.
8. СНиП 42-01-2002 «Газораспределительные системы»
9. СП 42-101-2003 «Общие положения по проектированию и строительству газораспределительных систем из металлических и полиэтиленовых труб»
10. СП 42-103-2003 «Проектирование и строительство газопроводов из полиэтиленовых труб и реконструкция изношенных газопроводов»
11. СП 104-34-96 «Свод правил по сооружению магистральных газопроводов. Производство земляных работ»
12. СП 105-34-96 «Свод правил по сооружению магистральных газопроводов. Производство сварочных работ и контроль качества сварных соединений»

13. Ионин А.А. Газоснабжение: Учебник для ВУЗов. – Москва: Стройиздат, 1965.
14. Сперкач И.Е. Газоснабжение: Конспект лекций, ч.1. – Челябинск: Изд.ЧПТИ, 1975.
15. Бессолицин Ю.А. Проектирование газоснабжения: Учебное пособие к курсовому проекту, ч.1, ч.2. – Челябинск: Изд.ЧГТУ, 1995.
16. Ионин А.А. Газоснабжение: Учебник для ВУЗов. 4-е издание, дополненное и переработанное. – Москва: Стройиздат, 1989.